

DEVOIR À DOMICILE  
2<sup>ÈME</sup> ANNÉE LMD

---

Considérons la courbe paramétrée suivante :

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) = \left( \frac{1-t^2}{1+t^2}, t \frac{(1-t^2)}{1+t^2} \right).$$

- (1) Déterminer le domaine de définition de la courbe  $\gamma$  ainsi que le domaine réduit (symétries possibles).
- (2) Montrer que la courbe  $\gamma$  admet un point double en le déterminant.
- (3) Trouver les points réguliers et les points singulier de la courbe  $\gamma$ .
- (4) Déterminer les tangentes possibles de la courbe  $\gamma$ .
- (5) Prouver que la courbe  $\gamma$  admet un point de rebroussement du premier espèce.
- (6) Etudier les variations des fonctions  $t \mapsto (x(t), y(t))$  et dresser le tableau des variations.

**Remarque :** Veuillez me rendre vos réponses durant la séance d'examen final qui aura lieu le Jeudi 17 juin 2021.