II – Fiche d’organisation semestrielle des enseignements de la spécialité (S5 et S6)

(y inclure les annexes des arrêtés des socles communs du domaine et de la filière)

Semestre 5 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 sem	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
UE fondamentales						**13**	**22**		
UEF 5.1 (O/P)									
UEF5.1.1: Mesure et Intégration	67h30	3h	1h30			4	6	**X**	**X**
UEF5.1.2: Introduction à l'analyse Hilbertienne	45h	1h30	1h30			3	5	**X**	**X**
UEF5.2(O/P)									
UEF5.2.1: Equations Différentielles	67h30	3h	1h30			4	6	**X**	**X**
UEF5.2.2: Equations de la physique mathématiques	45h	1h30	1h30			2	5	**X**	**X**
UE méthodologie						**2**	**5**		
UEM5.1(O/P)									
UEM5.1.1 : Optimisation sans contraintes	67h30	1h30	1h30	1h30		2	5	**X**	**X**
UE découverte						**1**	**3**		
UED5.1(O/P)									
UED5.1.1 : Initiation à la didactique des mathématiques	22h30	1h30				1	3		**X**
Total Semestre 5	315h	12h	7h30	1h30		**16**	**30**		

Semestre 6 : Mathématiques

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 sem	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
UE fondamentale						**10**	**18**		
UEF6.1(O/P)									
UEF6.1.1 : Matière X (*)	90 h	3h	3h			5	9	**X**	**X**
UEF6.1.2 : Matière Y (*)	90 h	3h	3h			5	9	**X**	**X**
UEM6.1Méthodologie						**2**	**2**		
UEM6.1.1 : Méthodologie pédagogique	22h.30		1h30			2	2	**X**	
UE transversale						**4**	**10**		
UET6.1(O/P)									
UET6.1.1 : Transformations intégrales dans les espaces L^p	67h30	3h	1h.30			2	5	**X**	**X**
UET6.1.2 : Géométrie différentielle	67h30	3h	1h.30			2	5	**X**	**X**
Total Semestre 6	337h30	12	10h30			**16**	**30**		

(*) : Les matières X et Y sont à choisir sur une **liste établie par l'établissement** et faisant partie de la liste suivante :

Introduction à la théorie des groupes	Modélisation mathématique des rythmes du vivant
Théorie des corps	Optimisation avec contraintes
Statistique Inférentielle	Programmation linéaire
Introduction aux processus aléatoires	
Méthodes numériques pour EDO et EDP	
Introduction à la théorie des opérateurs linéaires	
Equations aux dérivées partielles	

NB : A partager les 3 heures entre TD et TP suivantles matières X et Y choisies par l'établissement.

Récapitulatif global de la formation :(indiquer le VH global séparé en cours, TD,TP… pour les 06 semestres d'enseignement, pour les différents types d'UE)

UE / VH	UEF	UEM	UED	UET	Total
Cours					
TD					
TP					
Travail personnel					
Autre (préciser)					
Total					
Crédits					**180**
% en crédits pour chaque UE					

III - Programme détaillé par matière des semestres S5 et S6

(1 fiche détaillée par matière)

(Tous les champs sont à renseigner obligatoirement)

Semestre :05

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière :Mesure et Intégration

Crédits :6

Coefficient :4

Objectifs de l'enseignement: Faire découvrir à l'étudiant une nouvelle théorie qui est la théorie de la mesure ainsi que son application aux probabilités, le plaçant dans un nouveau contexte d'espaces qui sont les espaces mesurés, par suite une large théorie sur l'intégration est définie, en particulier celle de Lebesgue lui permettant de se familiariser avec les grands résultats de l'intégration tels le théorème de la convergence dominée de Lebesgue et les théorèmes de Fubini.

Connaissances préalables recommandées : Algèbre 1 et 2, Topologie

Contenu de la matière :

Chapitre 1: Tribus et mesures

- Rappels sur la théorie des ensembles.
- Algèbres et tribus.
- Mesures positives, probabilité.
- Propriétés des mesures, mesures extérieurs, mesures complètes
- La mesure de Lebesgue sur la tribu des boréliens

Chapitre 2: Fonctions mesurables, variables aléatoires

- Fonctions étagées.
- Fonctions mesurables et variables aléatoires.
- Caractérisation de la mesurabilité.
- Convergence p.p et convergence en mesure.

Chapitre 3: Fonctions intégrables

- Intégrale d'une fonction étagée positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable.
- Comparaison de l'intégrale de Lebesgue avec l'intégral de Riemann
- Mesure et densité de probabilité
- Convergence monotone et lemme de Fatou
- L'espace L^1 des fonctions intégrables
- Théorème de convergence dominée dans L^1
- Continuité et dérivabilité sous le signe somme

Chapitre 4: Produit d'espaces mesurés

- Mesure produit, définition
- Théorème de Fubini et conséquences

Mode d'évaluation: Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1. N. Boccara, Intégration, ellipses, 1995.
2. Hadj El Amri, Mesures et intégration.
3. Roger Jean, Mesures et intégration.
4. O. Arino, Mesures et intégration (exercices).

Semestre :5
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Introduction à l'analyse Hilbertienne
Crédits :5
Coefficient : 3

Objectifs de l'enseignement : Apprendre aux étudiants l'importance et la particularité des espaces de Hilbert comme étant une classe des espaces normés.Faire apparaitre des résultats propre à cet espace.
Connaissances préalables recommandées : Analyse1, analyse2, analyse3, topologie

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Espaces de Hilbert

1.1 Définitions (produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwartz)
1.2 Orthogonalité, théorème de la projection, théorème de Riesz.
1.3 Système orthogonal (inégalité de Bessel-Parseval), base
1.4 Systèmes orthonormés
1.5 séries de Fourier
1.6 Systèmes orthonormés complets dans des espaces concrets.

Chapitre2 : Introduction aux opérateurs linéaires bornés

2.1 Définitions. Exemples. Norme d'un opérateur borné.
2.2 Espace L(H) des opérateurs linéaires bornés - Exemples d'opérateurs bornés.

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:
1) Brezis H. Analyse Fonctionnelle, Théorie et Applications

3) Lacombe G., Massat P. Analyse Fonctionnelle. Exercices corrigés, DUNOT

3) Riesz F., Nagy B. Sz Leçons d'analyse fonctionnelle

4) Sonntag Y. Topologie et Analyse Fonctionnelle, Cours et exercices, Ellipses, 1997 , Gauthier&Villars

Semestre :05

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Equations différentiellesordinaires

Crédits :6

Coefficient :4

Objectifs de l'enseignement : Cette matière enseigne les notions et les théorèmes fondamentaux permettant l'étude qualitative des équations différentielles ordinaires.

Connaissances préalables recommandées : Analyse Réelle et Algèbre Linéaire, topologie

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Equations du 1èr ordre

1-1 Résultats fondamentaux

1-2 Existence locale et globale, unicité

1-3 Dépendance par rapport aux conditions initiales.

Chapitre2 : Equations d'ordre supérieur-Systèmes d'ordre 1

Chapitre3 : Systèmes linéaires

3-1 Exponentielle de la matrice

3-2 Systèmes avec second ordre

3-3 Résolvante

Chapitre4 : Introduction aux notions de stabilité.

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références :

1- M. Roseau : Equations différentielles.

2- J.P. Demailly : Analyse numérique et équations différentielles.

3- F. Rideau : Exercices de calcul différentiel.

4- V. Arnold : Equations différentielles ordinaires.

Semestre :5
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Equation de la physique mathématique
Crédits :5
Coefficient :2
Objectifs de l'enseignement : Ce cours est sensé fournir les outils mathématiques utilisés dans les sciences technique (mécanique, électrotechnique, géophysique…)
Connaissances préalables recommandées : Analyse Réelle et Algèbre Linéaire, topologie

Contenu de la matière :

Chapitre1 : EDP d'ordre1-Méthodes des caractéristiques
1-1 Cas linéaire
1-2 Cas quasi-linéaire
1-3 Cas non linéaire
Chapitre2 : EDP linéaires du second ordre, caractéristiques, classification, formes standard.
Chapitre3 : Méthode de séparation des variables (de Fourier).
Chapitre 4 : Equation de Laplace, fonctions harmoniques, noyau de Poisson.
Chapitre 5 : Equations des ondes (formule de Kirchhoff).
Chapitre 6 : Equation de la chaleur (intégrale de Poisson).

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:
1. Nikolenko V. Equations de la physique mathématique. UM, Moscou, 1981.
2. Reinhard H. Equations aux dérivées partielles. Dunod, paris, 2001.
3. Baddari K, Abbassov A. Equations de la physique mathématique appliquées. OPU ; 2009.

Unité d'enseignement : Méthodologie

Matière : Optimisation sans contraintes

Crédits :5

Coefficient :2

Objectifs de l'enseignement : Le module propose une introduction à l'optimisation sans contraintes. Un étudiant ayant suivi ce cours saura reconnaître les outils et résultats de base en optimisation ainsi que les principales méthodes utilisées dans la pratique. Des séances de travaux pratiques sont proposées pour être notamment implémentés sous le logiciel de calcul scientifique Matlab et ce, afin d'assimiler les notions théoriques des algorithmes vues en cours.

Connaissances préalables recommandées : Notions de base de calcul différentiel dans R^n.

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Quelques rappels de calcul différentiel, Convexité

1.1 Différentiabilité, gradient, matrice hessienne
1.2 Développement de Taylor
1.3 Fonctions convexes

Chapitre2 : Minimisation sans contraintes

2.1 Résultats d'existence et d'unicité
2.2 Conditions d'optimalité du 1er ordre
2.3 Conditions d'optimalité du 2nd ordre

Chapitre3 : Algorithmes

3.1 Méthode du gradient
3.2 Méthode du gradient conjugué
3.3 Méthode de Newton
3.4 Méthode de relaxation
3.5 Travaux pratiques

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1. M. Bierlaire, Introduction à l'optimisation différentiable, PPUR, 2006.
2. J-B. Hiriart-Urruty, Optimisation et analyse convexe, exercices corrigés, EDP sciences, 2009.

Semestre :5
Unité d'enseignement : Découverte
Matière : Initiation à la didactique des mathématiques
Crédits :3
Coefficient : 1
Objectifs de l'enseignement
Ce programme contient trois composantes qui sont: l'introduction, le programme de la didactique et quelque référence. L'introduction contient les orientations pédagogiques. Le programme contient le volume horaire, les résultants attendus (fin de l'année) et le contenu.
Connaissances préalables recommandées : Bagage minimal d'un universitaire
Contenu de la matière :
1/ Pourquoi la didactique des mathématiques?
- L'objet de la didactique (approche historique d'émergence et évolution de la didactique, didactique et sciences de l'éducation, didactique et pédagogie).
- L'approche systémique (les trois pôles de la didactique).
- Quelques travaux en didactique (les travaux sur l'ingénierie didactique, transposition didactique, dialectique entre outil-objet, le champ conceptuel, la théorie des situations didactiques, l'acquisition des connaissances, les obstacles épistémologiques).
2/ Comment fonctionne le savoir mathématique? (Qu'est ce qui le différencie du savoir d'autres sciences ?).

Epistémologie et l'enseignement des mathématiques:

- Epistémologie et didactique (la didactique et son rapport avec l'histoire des sciences, formation des notions mathématiques, les caractéristiques épistémologiques et le questionnement didactique).
- Epistémologie, représentations et rapport au savoir.
- Evolution historique pour quelques concepts mathématiques (les nombres, types de géométries,…).

3/Comment les élèves apprennent-ils?

Epistémologie génétique et didactique:

- Conceptions sur l'apprentissage (théorie traditionnelle, behaviourisme, constructivisme).
- Quelques tendances en psychologie cognitive (les théories behaviourisme, cognitivisme et l'épistémologie génétique).

4/Travaux dirigés

- Identifier les variables didactiques influentes dans l'apprentissage des notions mathématiques.
- Illustrer par des exemples puis dans le domaine des mathématiques le rapport entre l'analyse épistémologique et questionnement didactique.
- Etudier différentes conceptions historiques pour une notion mathématique et comparaison avec les définitions données dans les manuels scolaires.
- Conceptions des l'élèves à propos des notions mathématiques comme : la continuité, l'intégrale, la différentielle, structures additives, les nombres entiers,…
- Identifier (dans un programme d'enseignement), les nouvelles notions et celles qui demandent un travail approfondi, puis exploiter le champ conceptuel.

Mode d'évaluation : Examen

Références

M. HENRY (1991), Didactique des Mathématiques, Irem de Besançon.

Y. CHEVALLARD & M. A. JOHSUA (1991), La transposition didactique, La Pensée Sauvage.

Y. CHEVALLARD (1982), Sur l'ingénierie didactique, L'IREM d'Aix-Marseille.

R. DOUDY, Rapport enseignement-apprentissage: dialectique outil- objet ; jeux de cadres, Les cahiers de didactique n° 3, IREM de Paris VII.

G. VERGNAUD (1991), La théorie des champs conceptuels: Recherches en Didactique des Mathématiques n° 6, Vol. 10, n° 2 , 3.

G. BROUSSEAU (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, RDM Vol. 4, n° 2.

M. ARTIGUE (1989), Epistémologie et didactique, Cahier de didirem n° 3, IREM de Paris VII.

J. P. ASTOLFI & M. DEVELAY (1989), La didactique des sciences, Presses Universitaires de France.

S. JOHSUA & J. J. DUPIN (1993), Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, Presses Universitaires de France.

J. P. ASTOLFI et al. (1997), Mots-clés de la didactique des sciences, De Boeck Université.

R. BIEHLER & R. W. SCHOLZ (1994), Didactics of mathematics as a scientific discipline, Mathematics Education Library.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Introduction à la théorie des groupes
Crédits :9
Coefficient :5

Objectifs de l'enseignement
Ce module introduit des notions fondamentales pour la théorie des groupes, la structure de groupe est utile pour la compréhension des corps et les codes linéaires ainsi que leurs applications.
Connaissances préalables recommandées : Algèbre1
Contenu de la matière :
Chapitre1 : Groupes et morphismes
Groupe, sous-groupe, classes d'équivalence modulo un sous-groupe, théorème de Lagrange, morphisme de groupes,image, noyau, isomorphisme, groupe distingué, groupe quotient, théorème d'isomorphisme, groupe cyclique,indicatrice d'Euler, sous-groupes d'un groupe cyclique, étude des groupes Z / nZ et $(Z /nZ)^*$.
Chapitre2 :Action d'un groupe sur un ensemble.
Définition de l'action d'un groupe, orbite, stabilisateur, point fixe, théorème de Burnside,
Chapitre 3 : Groupes abéliens finis
a) Structure des groupes abéliens finis
b) Applications

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:
1. Algèbre pour la licence 3 (groupes, anneaux et corps). Auteurs : Jean Jaques Risier, Pascal Boyer.Dunod Paris 2006. ISBN 210 049498 8.
2. Algèbre et géométrie. Auteurs : Jean Delcourt, Remit Goblot. Dunod Paris 2005. ISBN 210 0453358.
3. D. J. S. Robinson, '' A course in the theory of groups'', 2nd ed, Springer-Verlag, New York, 1995.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Théorie des corps
Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement
Cet enseignement devrait permettre à l'étudiant d'acquérir les connaissances élémentaires que procure la théorie des corps, d'autre part, l'étudiant pourra se familiariser avec des outils utiles par exemple pour l'étude des codes linéaires et la cryptographie…
Connaissances préalables recommandées : Algèbre1
Contenu de la matière :
Chapitre 1 : Anneaux et morphismes.
Anneau, sous anneau, idéal, morphisme d'anneaux, anneau quotient, idéal premier, idéal maximal, éléments inversibles, éléments associés, éléments irréductibles, éléments premiers, anneau principal, anneau euclidien, anneau factoriel.
Chapitre 2: Corps
Définitions, exemples, caractéristique, corps premiers.
Chapitre 3 : Construction des corps finis
Cardinal d'un corps fini, polynôme irréductible, construction pratique d'un corps fini.
Chapitre 4 : Applications
Exemples d'applications en codes linéaires, en cryptographie….
Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:

1. E. Ramis, C. Deschamps, et J. Odoux. Cours de Mathématiques 1, Algèbre. Dunod, 1998.
2. Rudolf Lid land HaraldNiederreiter, Finite fields, Encyclopedia of Mathematics and applications, Cambridge university press, 1997.
3. M. Demazure. Cours d'algèbre. Primalité, divisibilité, codes. Cassini. 1997.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Introduction aux processus aléatoires

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement

L'enseignement de cette matière vise à donner les notions de base sur les processus aléatoires simples et la propriété de Markov.

Connaissances préalables recommandées

L'étudiant doit maitriser la théorie de bases du calcul des probabilités et le calcul intégral

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Conditionnement

- Rappels sur les probabilités conditionnelles et lois conditionnelles.
- Espérance conditionnelle.
- Caractérisation de l'espérance conditionnelle.

Chapitre2 Chaînes de Markov

- Processus de Markov homogène.
- Relation de Chapman-Kolmogorov, générateur infinitésimal.
- Loi transitoire d'un processus de Markov et loi stationnaire.
- Processus de saut d'un processus de Markov, chaînes incluses.
- Exemples de processus de Markov, processus de Poisson, processus de naissance et de mort, application aux files d'attente, processus de renouvellement : modèles d'épidémiologie et processus de stockage.

Chapitre3 Martingales

- Définitions : martingale, sous martingale, sur-martingale.
- Théorème d'arrêt
- Convergence des martingales
- Applications

Chapitre4 Processus stationnaires

- Définition
- Processus à covariance stationnaire
- Théorèmes ergodiques
- Prédiction dans un processus à covariance stationnaire
- Analyse spectrale d'un processus stationnaire.

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1- D. Foata, A. Fuchs, Processus Stochastiques, Dunod, 2004

2- Karlyn,S and H. Taylor, A First Course in Stochastic Process, San Diego, 1975

3- Grimmett, C; Stirzaker, D, Probability and Random Process, Oxford University Press, third edition, Oxford, 2001

4- Ross, S. Introduction to Probability Models, Academic Press, seventh edition, San Diego, 2000.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Méthodes numériques pour EDO et EDP
Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : Ce cours est une introduction succincte de certaines méthodes d'Analyse Numérique notamment la des différences finies utilisée dans la résolution des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles.

Connaissances préalables recommandées : *Algèbre Linéaire de Licence, E. D. O et E. D. P.*

Contenu de la matière :

Partie1 : **Méthode numérique pour EDO**

Chapitre1 : Rappels sur les différents théorèmes d'existence, motivation

Chapitre2 : les différences finies

2.1 Principe - ordre de précision
2.2 Notation indicielle
2.3 Exemple simple 1D avec conditions de Dirichlet
2.4 Exemple simple 1D avec conditions mixtes Dirichlet-Neumann

Partie2 :

Chapitre3 : Méthode numérique pour EDP

3.1 Les différences finies
3.2 Schéma d'ordre supérieur
3.3 Discrétisation de l'équation de la chaleur 1D
3.4 Schéma explicite
3.5 Schéma implicite
3.6 Schéma Crank-Nicolson
3.7 Discrétisation de l'équation de Laplace 2D stationnaire

Chapitre4 : Introduction aux éléments finis

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

[1] P.G. Ciarlet, Introduction à l'analyse numérique et à l'optimisation, Masson 1982.
[2] Curtis F. Gerald, Patrick O. Wheatley, AppliedNumericalAnalysis. Third Edition, Addison-Wesley PublishingCompany.
[3] QuarteroniA.,SaccoR.,andSaleriF.Numericalmathematics. Springer, 2000.
[4] J.RappazandM.Picasso - Introduction à l'analyse numérique. Presses Polytechniques et Universitaires, Romandes, Lausanne, 1998.
[5] P.A.RaviartandJMThomas. Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles.

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Introduction à la théorie des opérateurs linéaires

Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : Familiariser l'étudiant avec les notions de base de la théorie des opérateurs linéaires pour constituer un socle à de futures éventuelles études en EDP , en théorie spectrale et en équations différentielles abstraites
Connaissances préalables recommandées : Topologie des espaces métriques, des espaces vectoriels normés et analyse hilbertienne

Contenu de la matière :

Chapitre1 :
1.1 l'espace L (X,Y)
1.2 Opérateurs à domaines denses, prolongement par continuité
1.3 Convergence ponctuelle, convergence uniforme, définitions et résultats
1.4 Principe de la borne uniforme, théorème de Banach Steinhauss, opérateur inverse,
1.5 théorème d'existence de l'inverse de L (X).
Chapitre 2 :
2.1 Espace dual d'un e.v.n
2.2 Le théorème de Hahn Banach et ses corollaires.
2.3 La notion d'opérateur adjoint, définitions et résultats.
2.4 Cas particulier : espace de Hilbert
2.5 Spectre d'un opérateur
Chapitre3 :
3.1 Les opérateurs compacts, définitions et résultats
3.2 Spectre d'un opérateur compact
3.2 Les théorèmes de Fredholm.

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:
1. Trenoguine. Analtyse fonctionelle
2. Kolmogorov, Fomine. Eléments de la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle

Semestre :6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Equations aux dérivées partielles
Crédits : 9
Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : prise de contact avec les EDP et quelques unes des méthodes et des problématiques qui s'y rattachent, apprendre quelques techniques de résolution de chaque type.
Connaissances préalables recommandées : Analyse, algèbre, topologie

Contenu de la matière :
Chapitre1 : Cas elliptique
1.1 Séparations des variables
1.2 Etude du problème de Dirichlet pour le Laplacien (n=2,n=3)
(Noyau de Poisson, Fonctions de Green pour la boule et le demi-plan)

Chapitre2 : Cas hyperbolique – Equations des ondes
2.1 Par séparation des variables
2.2 Représentation de la solution
2.3 Principe de Huygens (n=1, n=2)
2.4 Cordes et plaques vibrantes (Séries de Fourier)

Chapitre3 : Cas parabolique – Equation de la chaleur
3.1 Par séparation des variables et superposition (Séries de Fourier)
3.2 Représentation de la solution dans R^n, régularité de la solution.
3.3 Equations particulières (Bernouilli-Ricati-Clairaut)

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)
Références:

-J.Bass, Analyse mathématique Tome 2

-Hervé Reinhardt, Equations aux dérivées partielles-cours et exercices corrigés

Semestre : 6
Unité d'enseignement : Fondamentale
Matière : Modélisation mathématique des rythmes du vivant
Crédits : 9
Coefficient : 5
Objectifs de l'enseignement

Fournir à tous les étudiants une culture interdisciplinaire sur la modélisation des systèmescomplexes, les étapes-clés de la modélisation, de la formalisation du problème biologique àl'interprétation des résultats en passant par l'analyse mathématique du modèle.

Connaissances préalables recommandées

L'étudiant doit avoir des connaissances en analyse réelle, équations différentielles ordinaires. Equation aux dérivées partielles.

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Généralités, complexité du monde réel et du vivant.

Méthodologie de la modélisation,

Chapitre2 : Modèles à une seule espèce

2.1 Modèle de Malthus (1798). Modèle de croissance logistique de Verhulst (1836).
2.2 Modèle de Gompertz. Modèle de croissance avec effet « Allee»
2.3 Modèle deVerhulst avec prédation. L'équation de Fisher (1937).

Chapitre3 : Modèle à deux espèces

3.1 Modèle de Lotka-Volterra (1926).
3.2 Système adimensionnalisé.
Propriétés.
Extensions plus réalistes(différents fonctions de réponse).
Une classe de modèles.
Un modèle prédateurs-proies avecdispersion.

Chapitre 4 : Modèles Epidémiologiques (SI,SIS,SIRS,SEIRS…)

Chapitre5 : Spatialisation et échelles de temps

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références

· P. Auger,C, Lett, J.C. Poggiale. Modélisation mathématique en écologie. Cours et exercice corrigésDunod. 2010.
· J. Istas, Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant, Mathématiques & Applications 34, 2000.
· O. Diekmann and J.A .P Heesterbeek, Mathematical epidemiology of infectious diseases, Wiley Series in Mathematicaland Computational Biology, John & Sons Ltd, Chichester, 2000.
· L. Edelstein-Keshet, Mathematical models in biology, The Random House, Birkhauser Mathematics Series, Random House Inc., New York 1988.
· J. Murray: Mathematical Biology. Springer. 2001.
· Hal L. Smith, H. R. Thieme: Dynamical systems and population persistence, AMS, 2011.
· F. Brauer, C. C. Chavez : Mathematical Models in population biology and epidemiology, Springer.Second edition 2012.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Optimisation avec contraintes

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement : L'objet de ce cours est une extension de l'optimisation sans contraintes. On y modélise certains problèmes pratiques issus de diverses activités économiques, médicales etc.

Pour ces différents problèmes avec contraintes, on étudie les conditions d'optimalité et on introduit les principaux algorithmes adaptés à chaque situation.

Connaissances préalables recommandées : Optimisation I.

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Minimisation avec contraintes

1.1 Résultat d'existence et d'unicité

1.2 Condition d'optimalité du 1^{er} ordre

1-2-1 Condition d'optimalité du 1^{er} ordre général

1-2-2 Contraintes d'égalité

1-2-3 Contrainte en égalité et en inégalité

1.3 Conditions d'optimalité nécessaires du $2^{ème}$ ordre

Chapitre2 : Applications et exemples

2-1 Projection sur un convexe fermé

2-2 Régression linéaire avec contraintes

2-3 Cas de la programmation linéaire

2-4 Exemples

Chapitre 3 : Algorithmes

3-1 Méthode du gradient projeté

3-2 Méthode de Lagrange-Newton pour les contraintes en égalité

3-3 Méthode de Newton projeté pour les contraintes de borne

3-4 Méthodes de pénalisation

3-5 Méthodes de programmation quadratique successive (S.Q.P)

3-5-1 Cas de contraintes en égalité

3-5-2 Cas de contraintes générales

3-6 Méthode de dualité : méthode d'UZAWA

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références bibliographiques

1. **E.G. Goldstein,** Theory of Convex Programming, Published by American Mathematical Society
2. **M. Minoux,** Programmation mathématique : théorie et algorithmes : tome 2, Dunod,Paris (1983)
3. **M. Minoux** : "Programmation Mathématique. Théorie et Algorithmes", 2 (ed.), (Lavoisier), (ISBN: 978-2-7430-1000-3) (2008)
4. **A.W.Robert and D.E.Varberg,** Convex Functions, Academic Press, New York, 1980.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Fondamentale

Matière : Programmation linéaire

Crédits : 9

Coefficient : 5

Objectifs de l'enseignement :
Ce module a pour objectifs de sensibiliser l'étudiant à l'importance pratique des problèmes d'optimisation linéaires, de maîtriser l'ensemble théorique sous-jacent, et de pouvoir utiliser ces techniques dans des problèmes pratiques.
Connaissances préalables recommandées : Mathématiques et informatique générales

Contenu de la matière :

Chapitre1 : Introduction générale

1.1 Historique de la programmation linéaire

1.2 Exemples de modélisation de problèmes pratiques sous forme de programme linéaire.

Chapitre2 : Géométrie de la programmation linéaire

2.1 Espaces vectoriels, rang de matrice, systèmes d'équations linéaires

2.2 Ensemble convexe, hyperplan, polyèdre, simplexe, point extrême

Chapitre3 : Méthode primale de résolution d'un programme linéaire

3.1 Position du problème

3.2 Caractérisation des points extrêmes

3.3 Optimalité en un point extrême

3.4 Critères d'optimalité : formule d'accroissement de la fonction objectif, critère d'optimalité,

3.5 condition suffisante d'existence de solution non bornée

3.6 Algorithme du simplexe : amélioration de la fonction objectif en passant d'un pont extrême à un autre, algorithme du simplexe sous forme matricielle, finitude de l'algorithme du simplexe, algorithme et tableau du simplexe

3.7 Initiation de l'algorithme du simplexe : cas du programme linéaire sous forme normale, M-méthode, méthode de deux phases,

Chapitre4 : Méthodes duales en programmation linéaire

4.1 Définitions

4.2 Formule d'accroissement de la fonction duale et critère d'optimalité

4.3 Condition suffisante de solutions réalisables dans le problème primale

4.4 Algorithme dual du simplexe

Initialisation de l'algorithme duale du simplexe

Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1. M. Sakarovicth, Graphes et programmation linéaire, Ed. Hermann. 1984.
2. H. Mauran, Programmation linéaire appliquée, Ed. Technip, 1967.
3. A. Kauffman, Méthodes et modèles de R.O., Ed. Dunod, 1976.
4. V. Chvatal, Linear programming. W.H. Freeman and Company, 1983.**Semestre :6**

Unité d'enseignement : Méthodologie

Matière : Méthodologie pédagogique

Crédits : 2

Coefficient : 2

Objectifs de l'enseignement : Cette matière a pour objectif la préparation du futur enseignant sur le plan psychologique que méthodologique pour qu'il puisse faire fasse à la mission de l'enseignement.

Connaissances préalables recommandées : Baguage minimal d'un universitaire

Contenu du module :

Apprendre à l'étudiant comment :

- **Se comporter avec les élèves selon le palier.**
- **Comment affronter les problèmes dans la classe.**
- **Comment faire un cours.**
- **Comment faire un examen.**
- **Comment garder un climat sain d'apprentissage.**
- **Techniques d'enseignement.**
- **Psychologie de l'enfant.**

Ces titres son à titre indicatif.

Mode d'évaluation : Contrôle continu

Références:

1- Karin Brodie, Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms, Springer Science+Business Media, LLC 2010.

2- *Pamela Cowan,* Teaching Mathematicsby, Routledge, 2006.

3- James A. Middleton And Polly Goepfert, Inventive Strategies For Teaching Mathematics, American Psychological Association, Washington.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Transversale

Matière : Transformations intégrales dans les espaces L^p

Crédits :6

Coefficient :3

Objectifs de l'enseignement : L'objectif essentiel de cet enseignement est l'étude de deux types de transformations dans les espaces L^p, en montrant leur utilité dans la résolution de certains équations différentielles.

Connaissances préalables recommandées : Topologie, Mesure et Intégration

Contenu du module :

Chapitre 1 : Les espaces L^p

1.1 Rappels de quelques résultats d'intégration.

1.2 Définition et propriétés élémentaires des espaces L^p.

1.3 Réflexibilité. Séparabilité. Dual de L^p.

1.4 Convolution et régularisation. Théorèmes de densité.

Chapitre 2 : Transformation de Fourier

2.1 Transformation de Fourier pour les fonctions intégrables.

2.2 Propriétés de la transformation de Fourier.

2.3 Transformation de Fourier inverse.

2.4 Transformation de Fourier pour les fonctions de carré sommable.

Chapitre 3 : Transformation de Laplace

3.1 Définition et propriétés de la transformation de Laplace.

3.2 Quelques transformées usuelles.

3.3 Inversion de la transformée de Laplace.

3.4 Application à la résolution des équations différentielles.

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références:

1- J. Bass, Cours de mathématiques, tome 1, Éd. Masson et Cie - Paris, 1964.

2- H. Brézis, Analyse fonctionnelle, Masson, 1993.

3- A. Yger, Espaces de Hilbert et analyse de Fourier, Cours de 3ème année de licence, université Bordeaux I, 2008.

Semestre :6

Unité d'enseignement : Transversale

Matière : Géométrie différentielle

Crédits :6

Coefficient :3

Objectifs de l'enseignement : L'étudiant apprendra le calcul différentiel et le calcul intégral sur des objets abstraits qui sont les variétés différentiables modélisant les espaces euclidiens réels.

Connaissances préalables recommandées : *Analyse Réelle et Algèbre Linéaire*

Contenu de la matière :

Chapitre1 Théorème d'inversion locale.

1.1 Applications de classe C^r.

1.2 Difféomorphismes.

1.3 Théorème des fonctions implicites.

Chapitre2 Théorème du rang.

2.1 Le rang.

2.2 Théorème de submersion.

2.3 Théorème d'immersion.

2.4 Submersion.

Chapitre3 Sous-Variétés de R^n.

3.1 La notion de sous variété.

3.2 Espaces tangents.

3.3 Sous variétés définies par des équations.

3.4 Sous variétés définies par un paramétrage.

3.5 Le lemme de Morse.

Chapitre4 Variétés abstraites.

4.1 Cartes locales et atlas.

4.2 Morphismes de variétés.

4.3 Partitions de l'unité.

4.4 Espace tangent en un point.

4.5 Sous variétés d'une variété donnée.

Chapitre5 Fibré tangent.

5.1 Fibré tangent à une sous variété de R^n.

5.2 Fibré tangent à une sous variété abstraite.

5.3 Fibrés vectoriels.

Chapitre6 Orientations et variétés à bord.

Chapitre7 Formes différentielles et différentielle extérieure.

7.1 Rappels d'algèbre linéaire.

7.2 Formes multilinéaires alternées.

Produit intérieur.

Produit extérieur.

7.3 Formes différentielles.

7.4 Différentielle extérieure. Existence et unicité.

7.5 Formes différentielles induites et Lemme de Poincaré.

Chapitre8 Intégration des formes différentielles.

8.1 Intégration sur R^n.

8.2 Intégration sur une variété.

8.3 La formule de Stokes.

8.4 Applications de la formule de Stokes.

Divergence et formule de Green-Ostrogradski

Le théorème du point fixe de Brouwer

Cohomologie en degré maximal.

Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)

Références

1. M. BERGER, Géométrie. Vol. 1. Actions de Groupes, Espaces Affines et Projectifs. CEDIC, Paris Nathan Information, Paris, (1977)

2. C. GODBILLON, Eléments de Topologie Algébrique. Hermann, Paris, (1971).

3. A. GRAMAIN, Topologie des Surfaces. Collection Le Mathématicien. Presses Universitaires de France, Paris, (1971).

5. J. MILNOR, Topology from the Differentiable Viewpoint. The University Press of Virginia, (1965).