TD ④

Ex ③ Soit la v.a. X : poids des n utilisateurs,

où $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ avec $X_i \sim N(80 ; 20)$, donc

$\sum_{i=1}^{n} X_i = X \sim N(80n ; \sqrt{400n})$.

Le poids maximale supporté est de 800 kg.

$P(X > 800) \leq 0{,}001 \Rightarrow P(X < 800) \geq 0{,}999$

Ainsi $P\left(\frac{X - 80n}{\sqrt{400n}} < \frac{800 - 80n}{20\sqrt{n}}\right) \geq 0{,}999 \Rightarrow \frac{800-80n}{20\sqrt{n}} \geq 3{,}08$

Et donc $80n + 61{,}6\sqrt{n} - 800 \leq n$

Ainsi $4n + 3\sqrt{n} - 40 \leq 0 \Rightarrow \sqrt{n} \leq 2{,}8 \Rightarrow n \leq 7{,}84$

Alors le nbr max est 7.

Remarque Si $X_i \sim N(\mu ; \sigma)$ $\forall i = \overline{1,k}$

Alors $X = \sum_{i=1}^{k} X_i \sim N(k\mu ; \sqrt{k} \cdot \sigma)$.

Ex ④ Soit la v.a. X : nbr de personnes ayant réservé, qui se présentent à l'embarquement.

1. $p = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.
2. $X \sim B(270 ; 0{,}9)$ (Répétition de façon indép de l'épreuve de Bernoulli).

Puisque $n = 270 > 30$ $X \sim N(\mu, \sigma)$ où

$\mu = np = 270 \times 0{,}9 = 243$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)} \simeq 4{,}92$

3. * $P(X = 250) = ?$

$P(X = 250) = P(250 - \frac{1}{2} \leq X \leq 250 + \frac{1}{2}) =$

$= P\left(\frac{249{,}5 - 243}{\sqrt{24{,}3}} \leq Y \leq \frac{250{,}5 - 243}{\sqrt{24{,}3}}\right)$ $Y \sim N(0, 1)$, $Y = \frac{X - 243}{24{,}3}$

$\simeq F_x(1{,}52) - F_x(1{,}32) \simeq 0{,}9357 - 0{,}9066 \simeq 2{,}91\%$

* $P(X \leq 250) = P\left(Y \leq \frac{250 - 243}{\sqrt{24{,}3}}\right) = F_x(1{,}6) \simeq 0{,}9452$

Scanned by CamScanner