

TD 2 Généralités sur les Variables Aléatoires

Exercice 1

L'oral d'un examen est composé de 20 sujets possibles. Le candidat tire 3 sujets au hasard. Ce candidat a révisé seulement 12 sujets. On considère la variable X égale au nombre de sujets révisés parmi les 3 tirés.

1. Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. Calculer et interpréter $E(X)$ et $var(X)$.
3. Donner et tracer le graphe de la fonction de répartition de X .
4. Calculer $P(X \leq 2)$.

Exercice 2

Trois urnes A, B, C contiennent resp. 1 boule blanche et 3 noires, 2 blanches et 2 noires, 3 blanches et 1 noire. On tire au hasard une boule de chacune des 3 urnes, et on désigne par X le nombre de boules blanches obtenues. Mêmes questions que l'exercice précédent.

Exercice 3

Soit la fonction

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ 1 + x & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Vérifier que f est une densité de probabilité d'une variable aléatoire X .
2. Déterminer la fonction de répartition de la v.a. X .
3. Calculer $E(X)$ et $var(X)$.

Exercice 4

Soit n un entier > 1 , et soit X la v.a. de densité de probabilité

$$f(x) = \begin{cases} ax^{n-1} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est une constante réelle.

1. Calculer a .
2. Calculer $E(X)$ et $var(X)$.
3. Déterminer la fonction de répartition de la v.a. X .