

**TD3 Module EPM**

**Exercice 1.**

Utiliser la méthode de séparation des variables pour résoudre le problème aux limites homogène associé à l'équation de la corde vibrante:

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, & t > 0, 0 < x < 1 \\ u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = x, u_t(x, 0) = 1, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

**Exercice 2.**

Soit le problème aux limites associé à l'équation de Laplace dans un rectangle:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < l, 0 < y < h \text{ où } l > 0, h > 0 \\ u(0, y) = u(x, 0) = u(l, y) = 0, \text{ et } u(x, h) = f(x), & 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

1- Résoudre ce problème par la méthode de séparation des variables.

2- Déterminer la solution si  $u(x, h) = x$ .

**Exercice 3.**

Déterminer un solution pour:

1) le problème aux limites associé à l'équation de la chaleur non homogène

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = \cos x, & x \in ]0, \pi[, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = \frac{-2}{\pi}x, & x \in [0, \pi] \end{cases}$$

2) L'équation de la chaleur avec des conditions aux bords non homogènes

$$\begin{cases} u_t - 2u_{xx} = 0, & x \in ]0, 3[, t > 0 \\ u(0, t) = 10, u(3, t) = 40, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 25, & x \in [0, 3] \end{cases}$$