Université: Batna-2. 2018 / 2019
Faculté: Maths et informatique.
Département de Maths. Analyse Numérique I

Serie3 : Intégration numérique

Exercice 1.
Soit l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^{\pi} \sin x dx.$$

1. Déterminer une valeur approximative de I avec 5 chiffres significatifs par la méthodes du trapèze ($n = 1$) puis par celle de Simpson ($n = 2$).

2. Comparer les résultats obtenus avec la valeur exacte de l'intégrale donnée ainsi que l'erreur théorique associée à chaque méthode.

3. Refaire les mêmes questions pour ($n = 4$).

Exercice 2.
On considère la formule de quadrature suivante:

$$\int_0^{h} f(x)\sqrt{x}dx = af(\frac{h}{4}) + bf(\frac{h}{2}) + cf(\frac{3h}{4}) + R(f).$$

1. Déterminer a, b et c pour que cette formule soit **exacte** pour tout les polynômes de $IP_2[X]$.

2. En utilisant cette formule, donner une valeur approchée pour :

$$\int_0^{h} \sqrt{x}\cos\blacksquare(1 + x)dx.$$

Exercice 3.
Soit l'intégrale suivante :

$$I = \int_1^{3} x^2 \ln x dx.$$

1. On donne $h = 1/3$. Déterminer la valeur approximative de I, en utilisant la méthode des trapèzes.

2. Trouver n le nombre de subdivisions nécessaires de l'intervalle $[1, 3]$, pour évaluer l'integrale I à 10^{-2} près, avec la méthode des trapèzes et la méthode de Simpson.

3. Calculer la valeur approximative de I à 10^{-2} près en utilisant la méthode de Simpson.

Exercice 4.

Soit f une fonction dérivable sur $[a, b]$. On cherche à approximer l'intégrale de f sur $[a, b]$, par la formule de quadrature suivante:

$$J(f) = \frac{h}{2}(f(a) + f(b)) + \frac{h^2}{12}(f\,'(a) - f\,'(b)), \text{ avec } h = b - a$$

1. Déterminer le degré de précision de cette formule.

2. En utilisant cette formule, donner une valeur approchée pour $I = \int_0^1 1/\left(1 + x^2\right) dx$.

3. Comparer cette valeur avec la valeur exacte de l'intégrale.