

TD1 Module EPM

Exercice 1.

Déterminer les propriétés des équations différentielles aux dérivées partielles suivantes (linéarité, ordre, homogénéité, équation d'évolution ou stationnaire, un sens physique s'il existe)

- 1- $yu_x + xyu_{xy}^2 + u_{xxx} = u$
- 2- $u_{xx} + uu_x + xu_{yy} - xu = 0$
- 3- $u_{tt} - c^2u_{xx} + au_t + bu = 0$
- 4- $u_t + f(u)u_x = u_{xx}$
- 5- $u_{tt} - \Delta u = f(x)$
- 6- $u_t + uu_x + u_{xxx} = 0$
- 7- $(1 + u_y^2)u_{xx} - 2u_yu_xu_{xy} + (1 + u_x^2)u_{yy} = 0$
- 8- $(u_{xx} - u_{yy})^2 + u_{xy} - c = 0$
- 9- $u_{tt} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$
- 10- $u_t = k\Delta u + q.$

Exercice 2.

Considérons l'EDP suivante:

$$t \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} = x^2$$

Résoudre cette EDP en posant:

$$v(x, y) = tu_t(x, t) + 2u(x, t)$$

Exercice 3.

Soit l'EDP suivante:

$$u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = 0$$

Trouver une solution générale à cette EDP en posant $u(x, y) = e^{ax+by}$ où a et b sont des constantes arbitraires.

Exercice 4.

Résoudre l'EDP suivante: $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = e^xy$, en posant $v(x, y) = \frac{\partial u}{\partial y}$ puis en intégrant successivement par rapport à x puis par rapport à y .

Trouver une solution particulière vérifiant:

$$u(x, 0) = x, \quad u(1, x) = \sin y$$